

ΑΣΚΗΣΗ 5

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου

Σκοπός είναι ο υπολογισμός της σταθεράς k ενός ελατηρίου.

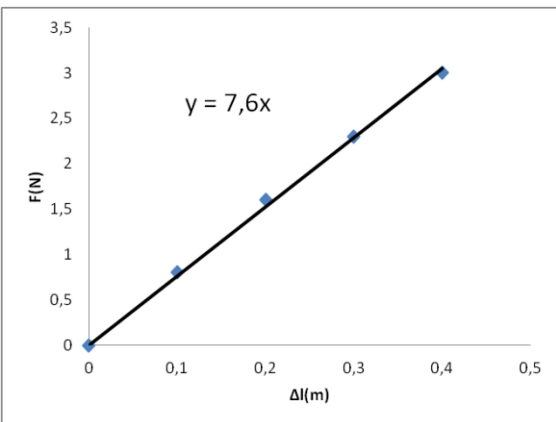
Θα γίνει με δύο τρόπους:

Από το νόμο του Hooke $F = k \cdot x$, βρίσκοντας την κλίση μιας πειραματικής καμπύλης, μιας γραμμικής αρμονικής ταλάντωσης

και από τον τύπο της περιόδου
ταλάντωσης,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + \frac{M}{3}}{k}}$$

μιας γραμμικής αρμονικής



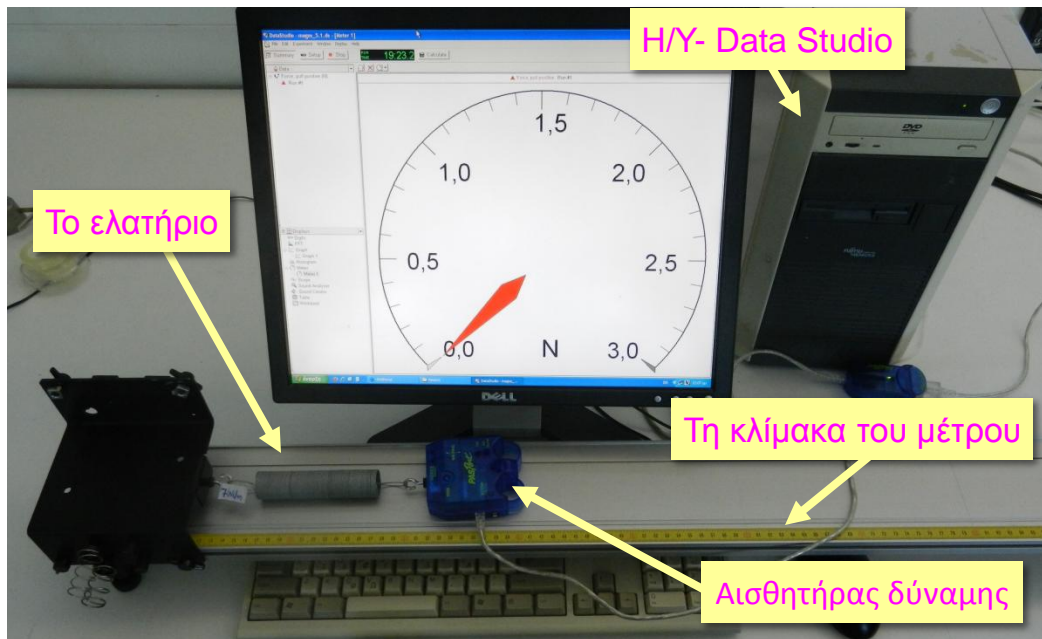
$$F = k \cdot x$$



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + \frac{M}{3}}{k}}$$

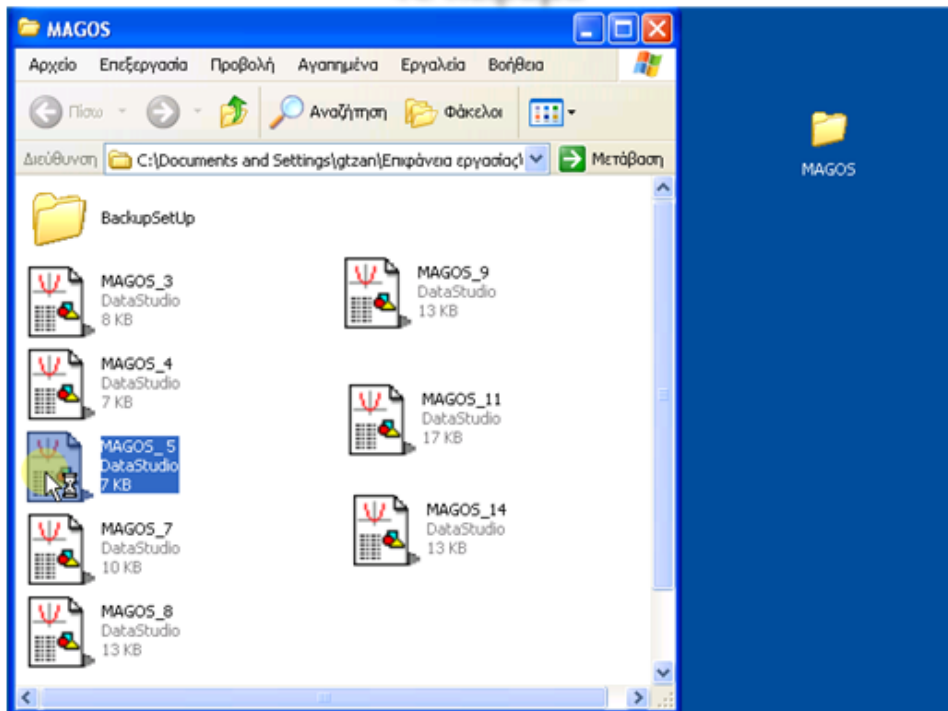
Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου με το νόμο του Hooke.

Φωτογραφία της Διάταξης



Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου με το νόμο του Hooke.

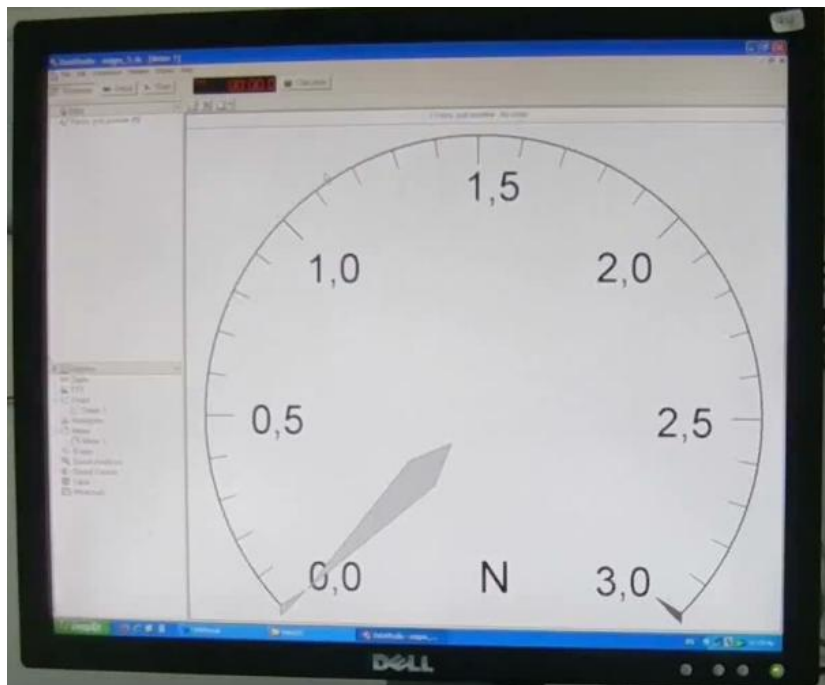
Το πείραμα



Ανοίγω το αρχείο του Data Studio που αντιστοιχεί στην άσκηση 5. Το magos_5

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου με το νόμο του Hooke.

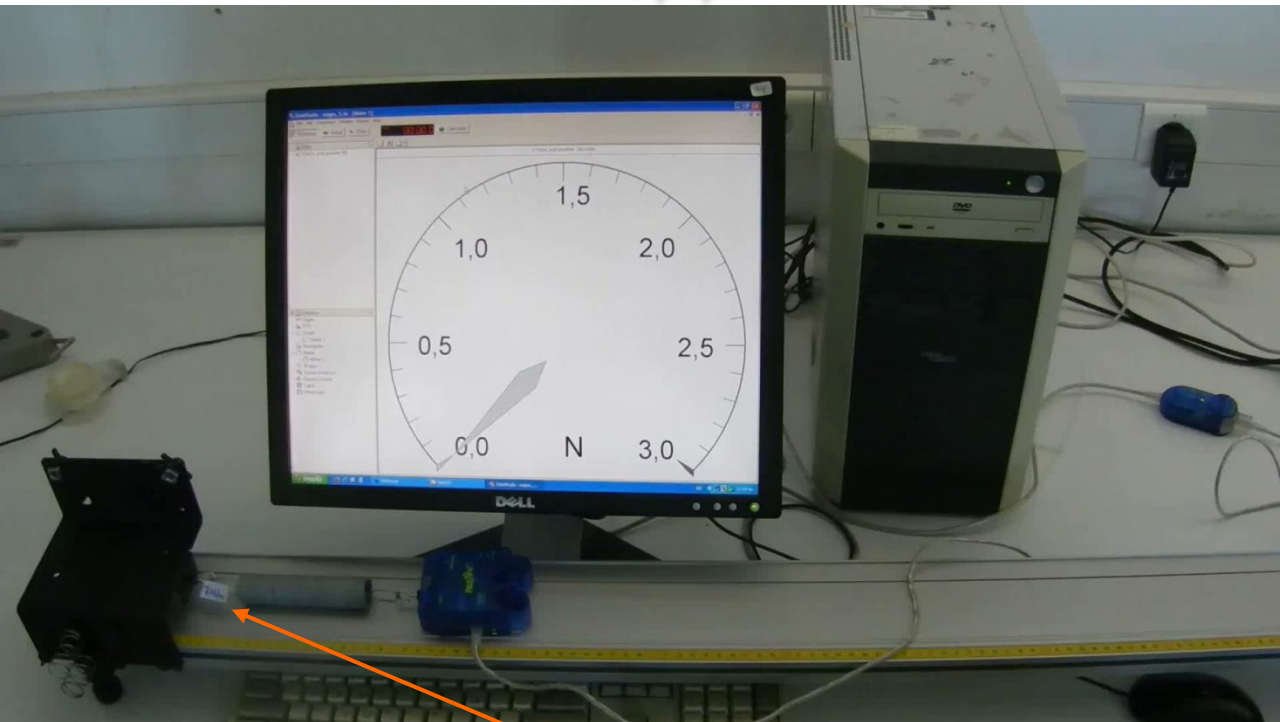
Το πείραμα



Στην οθόνη, βλέπω το όργανο που μετρά τη δύναμη που εφαρμόζεται στο ελατήριο, σε Νιούτον (N) .

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου με το νόμο του Hooke.

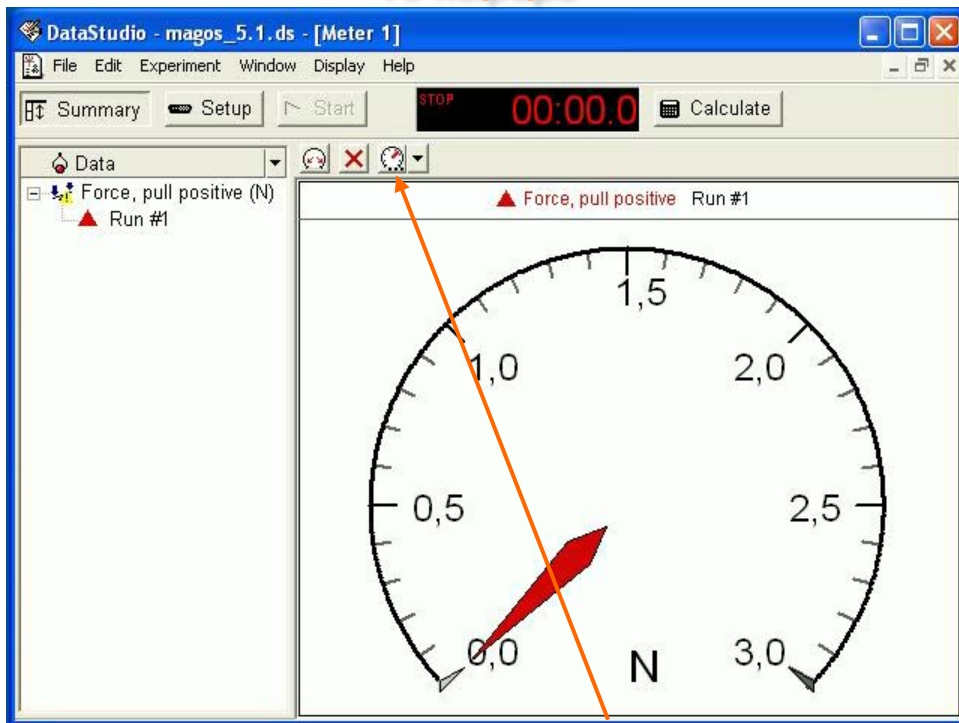
Το πείραμα



Πάνω στο ελατήριο βλέπω τη σταθερά του, σύμφωνα με τη βιβλιογραφία, 7 N/m .

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου με το νόμο του Hooke.

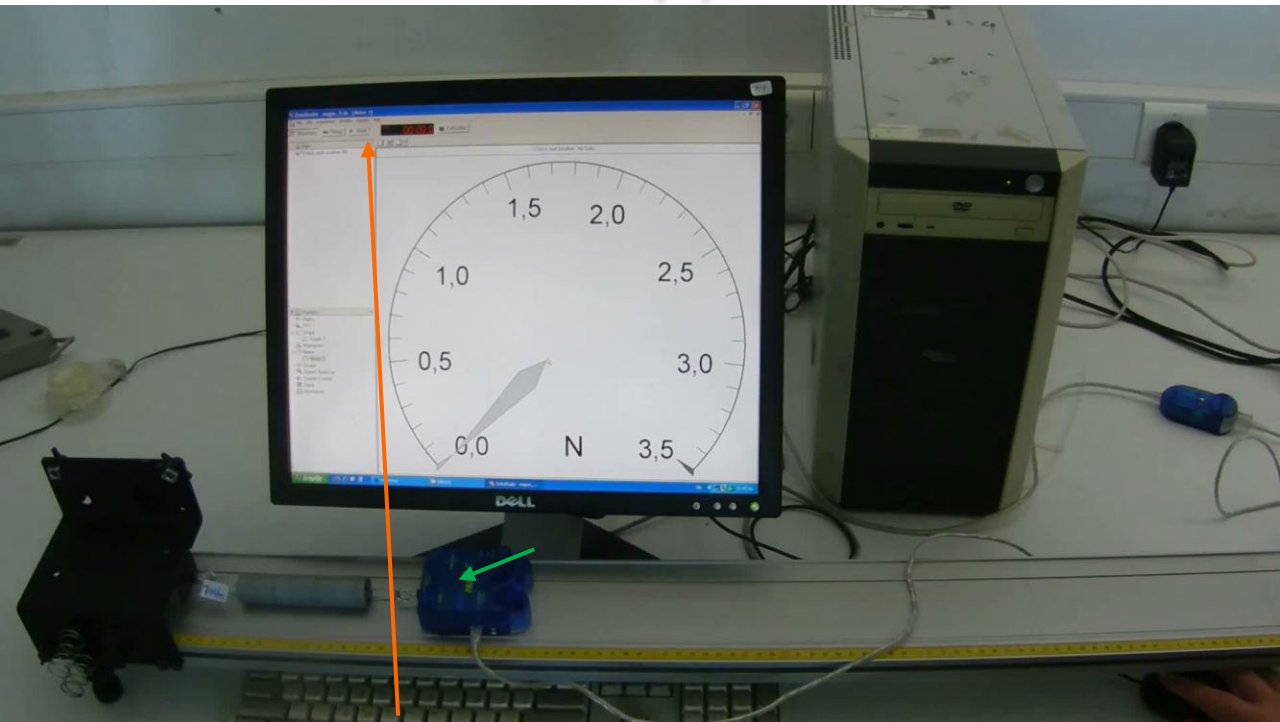
Το πείραμα



Ρυθμίζω την κλίμακα του οργάνου πατώντας το **Meter Settings**. Στο παράθυρο που ανοίγει επιλέγω **Scale** και στη θέση **Maximum** βάζω το μισό της σταθεράς που αναγράφεται πάνω στο ελατήριο, στην περίπτωση μας **3,5**.

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου με το νόμο του Hooke.

Το πείραμα

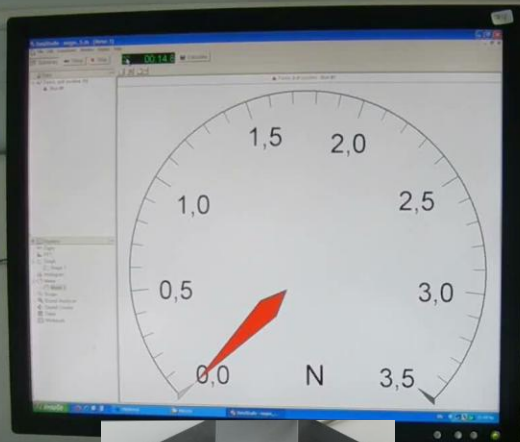


Στη συνέχεια πατάμε το **Start** στην οθόνη και μετά **μηδενίζουμε** τον αισθητήρα δύναμης.

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου με το νόμο του Hooke.

Το πείραμα

Ενδειξη (mm)	Δύναμη $F(N)$
370	0

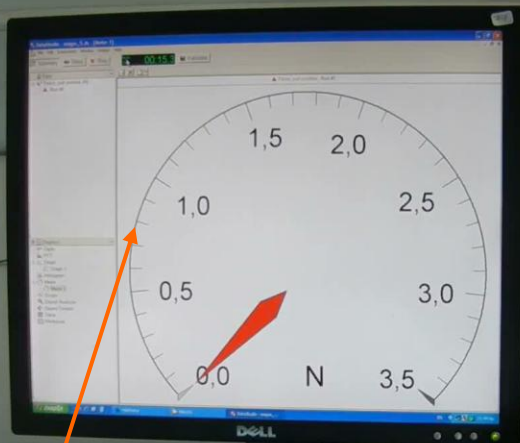


Σημειώνουμε τότε την αρχική ένδειξη στην κλίμακα του μέτρου 370 mm.

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου με το νόμο του Hooke.

Το πείραμα

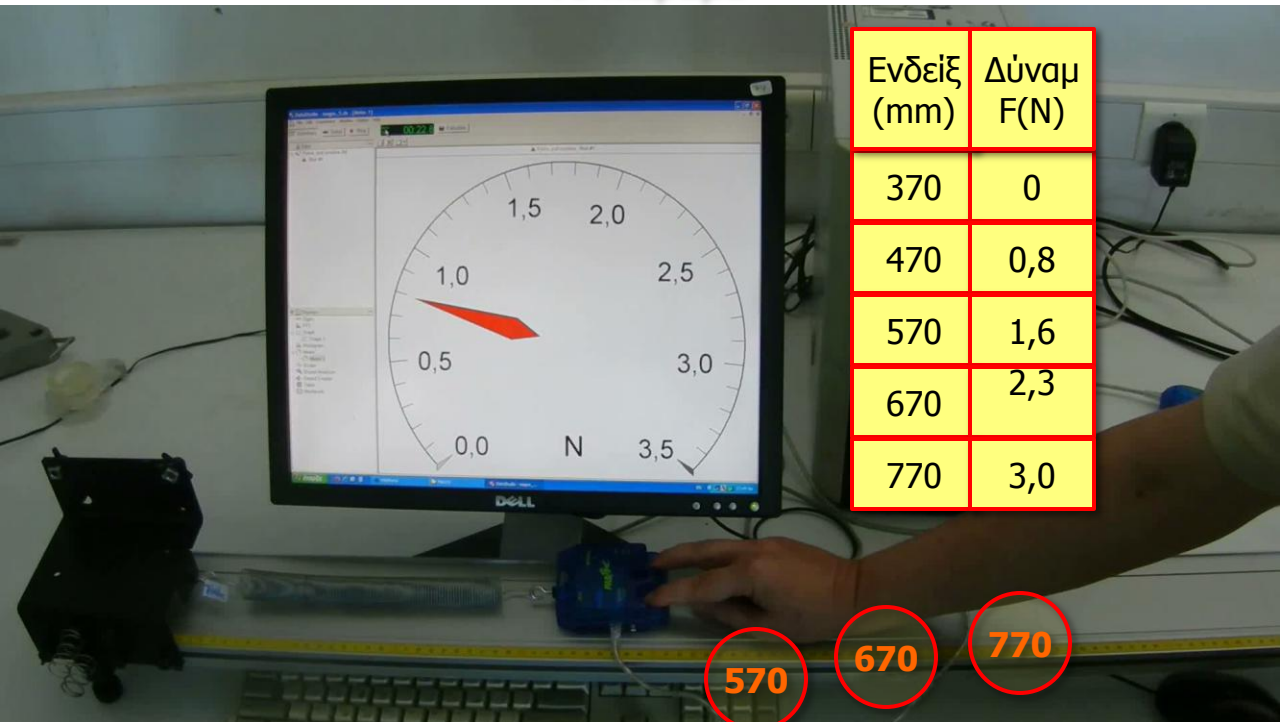
Ενδειξ (mm)	Δύναμη F(N)
370	0
470	0,8



Τραβάμε το ελατήριο με τον αισθητήρα δύναμης, μέχρι το μήκος του να αυξηθεί κατά 100 mm. Άρα μέχρι την ένδειξη 470 mm. Καταγράφουμε τότε την ένδειξη της δύναμης 0,8 N

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου με το νόμο του Hooke.

Το πείραμα



Συνεχίζουμε έτσι το πείραμα και καταγράφουμε τις μετρήσεις.

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου με το νόμο του Hooke.

Μετρήσεις - αποτελέσματα

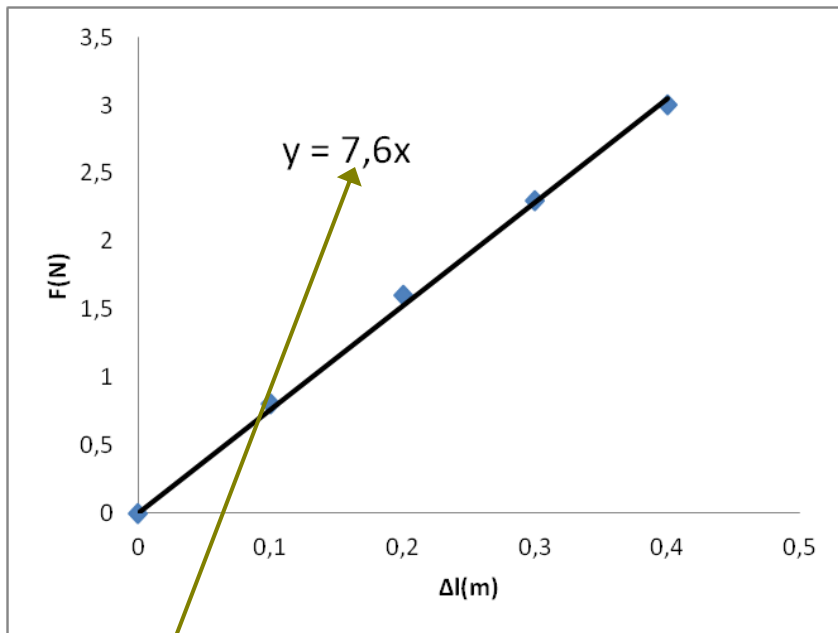
Με βάση τις ενδείξεις βρίσκω τις επιμηκύνσεις σε **mm** και μετά σε **m**.

Ενδείξ (mm)	Επιμήκυνση Δl (mm)	Επιμήκ Δl (m)	Δύναμη F(N)
370	$370-37=0$	0	0
470	$470-370=100$	0,1	0,8
570	$570-370=200$	0,2	1,6
670	$670-370=300$	0,3	2,3
770	$770-370=400$	0,4	3,0

Κάνω τη γραφική παράσταση της δύναμης **F** σε σχέση με την επιμήκυνση **Δl**

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου με το νόμο του Hooke.

Μετρήσεις - αποτελέσματα



Επιμήκ Δl (m)	Δύναμη F (N)
0	0
0,1	0,8
0,2	1,6
0,3	2,3
0,4	3,0

Η κλίση της ευθείας $7,6 \text{ N/m}$ είναι ίση με τη σταθερά k του ελατηρίου.
Άρα **$k=7,6 \text{ N/m}$** .

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου με το νόμο του Hooke.

Μετρήσεις - αποτελέσματα

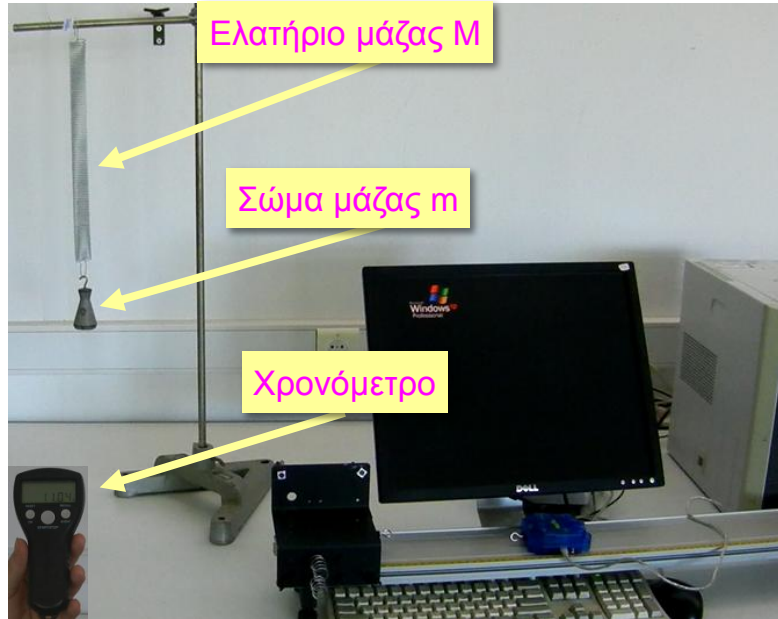
Βρήκα λοιπόν τη σταθερά k του ελατηρίου $k=7,6 \text{ N/m}$

Η τιμή της βιβλιογραφίας $k_{\text{T.B}}$ είναι $k_{\text{T.B}}=7,0 \text{ N/m}$

Άρα η εκατοστιαία διαφορά χ της πειραματικής τιμής k ως προς τη τιμή της βιβλιογραφίας είναι $k_{\text{T.B}}$, είναι:

$$\chi = \frac{|k - k_{\text{T.B}}|}{k_{\text{T.B}}} \times 100 = \frac{|7,6 \text{ N/m} - 7,0 \text{ N/m}|}{7,0 \text{ N/m}} \times 100 = 9 \%$$

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου από τη γραμμική αρμονική ταλάντωση. Φωτογραφία της Διάταξης



Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου από τη γραμμική αρμονική ταλάντωση.
Μέτρηση της μάζας M του ελατηρίου



Ζυγίζουμε τη μάζα M του ελατηρίου, $M = 51,39 \text{ g} = 51,39 * 10^{-3} \text{ kg}$.

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου από τη γραμμική αρμονική ταλάντωση.
Μέτρηση της μάζας m του σώματος



Ζυγίζουμε και τη μάζα m του σώματος, $m = 199,37 \text{ g} = 199,37 * 10^{-3} \text{ kg}$.

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου από τη γραμμική αρμονική ταλάντωση. Το πείραμα



Θέτουμε το σύστημα ελατήριο - μάζα σε ταλάντωση και μετράμε το χρόνο t , για N ταλαντώσεις. Βρήκα για $N = 9$ ταλαντώσεις χρόνο $t = 9,95$ s.

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου από τη γραμμική αρμονική ταλάντωση.

Μετρήσεις - αποτελέσματα

$$T = \frac{t}{N} = \frac{9,95 \text{ s}}{9} = 1,11 \text{ s}$$

$$m = 199,37 * 10^{-3} \text{ kg}$$
$$M = 51,39 * 10^{-3} \text{ kg}$$

Απο τον τύπο $T = 2\pi \sqrt{\frac{m + \frac{M}{3}}{k}}$ υπολογίζω τη σταθερά $k_r = 6,9 \text{ N/m}$

Υπόδειξη:

$$T^2 = 2\pi \left(\sqrt{\frac{m + \frac{M}{3}}{k}} \right)^2 \rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{m + \frac{M}{3}}{k} \rightarrow k = 4\pi^2 \frac{m + \frac{M}{3}}{T^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow k = 4 * 3,14^2 \frac{199,37 * 10^{-3} \text{ kg} + \frac{51,39 * 10^{-3} \text{ kg}}{3}}{(1,11 \text{ s})^2} = 6,9 \text{ N/m}$$

$$(6,9 \text{ kg/s}^2 = 6,9 \text{ kg} * \mathbf{m} / (\text{s}^2 * \mathbf{m}) = 6,9 \text{ N/m})$$

Υπολογισμός της σταθεράς του ελατηρίου από τη γραμμική αρμονική ταλάντωση.

Μετρήσεις - αποτελέσματα

Βρήκα τη σταθερά k_T του ελατηρίου από τη γραμμική αρμονική ταλάντωση
 $k_T = 6,9 \text{ N/m}$.

Η τιμή βιβλιογραφίας $k_{T,B}$ είναι $k_{T,B} = 7,0 \text{ N/m}$

Άρα η εκατοστιαία διαφορά X της πειραματικής τιμής k_T ως προς τη τιμή της βιβλιογραφίας είναι $k_{T,B}$, είναι:

$$X = \frac{|k_T - k_{T,B}|}{k_{T,B}} \times 100 = \frac{|6,9 \text{ N/m} - 7,0 \text{ N/m}|}{7,0 \text{ N/m}} \times 100 = 1,4 \%$$