ΑΣΚΗΣΗ 2: Υπολογισμός πυκνότητας ομογενούς στερεού

Στην άσκηση αυτή μετρούμε την πυκνότητα **ρ** του υλικού από το οποίο είναι φτιαγμένος ένας κύλινδρος.

Η μέτρηση της πυκνότητας **ρ** θα γίνει με τη βοήθεια της σχέσης: ρ=m/V. Άρα η μέτρηση είναι **έμμεση**.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Η μέτρηση της μάζας **m** του κυλίνδρου είναι **άμεση** αφού θα τη μετρήσω με τη ζυγαριά.

Η μέτρηση όμως του όγκου **V** είναι **έμμεση** αφού θα χρησιμοποιήσω τη σχέση $V=\pi d^2 L/4$ για να τον μετρήσω.

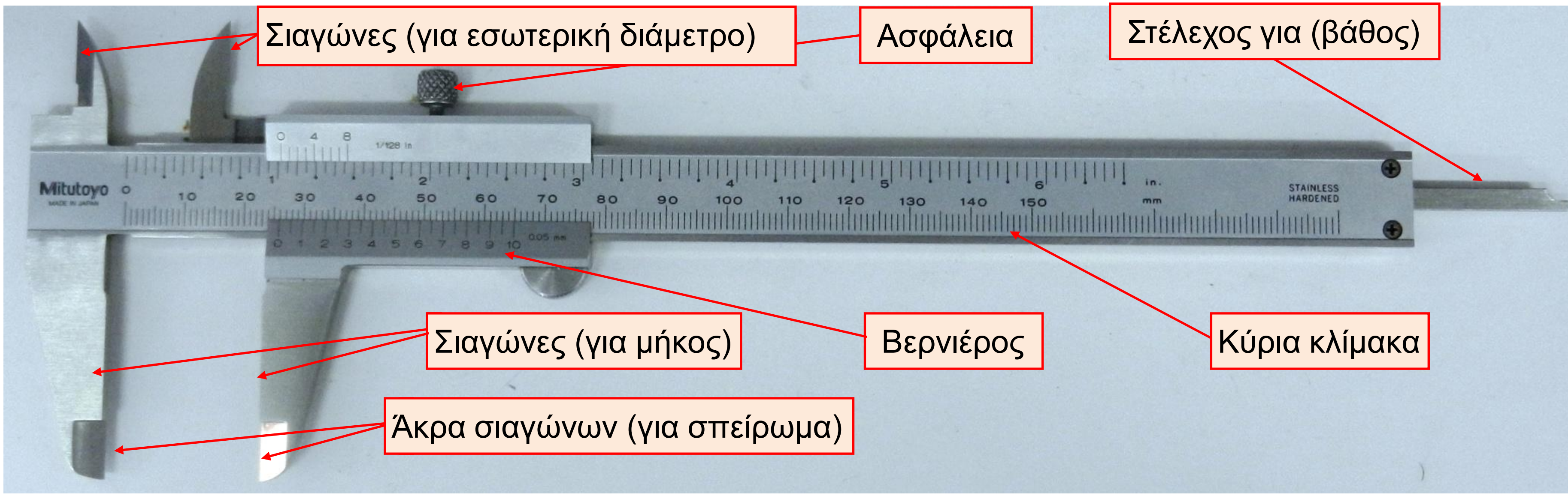
$$V = \frac{\pi d^2}{4} * L$$

Το ύψος **L** θα το μετρήσω μια φορά με το παχύμετρο άρα είναι **άμεση** μέτρηση.

Την διάμετρος **d** θα τη μετρήσω πολλές φορές με το μικρόμετρο άρα είναι και αυτή **άμεση** μέτρηση.

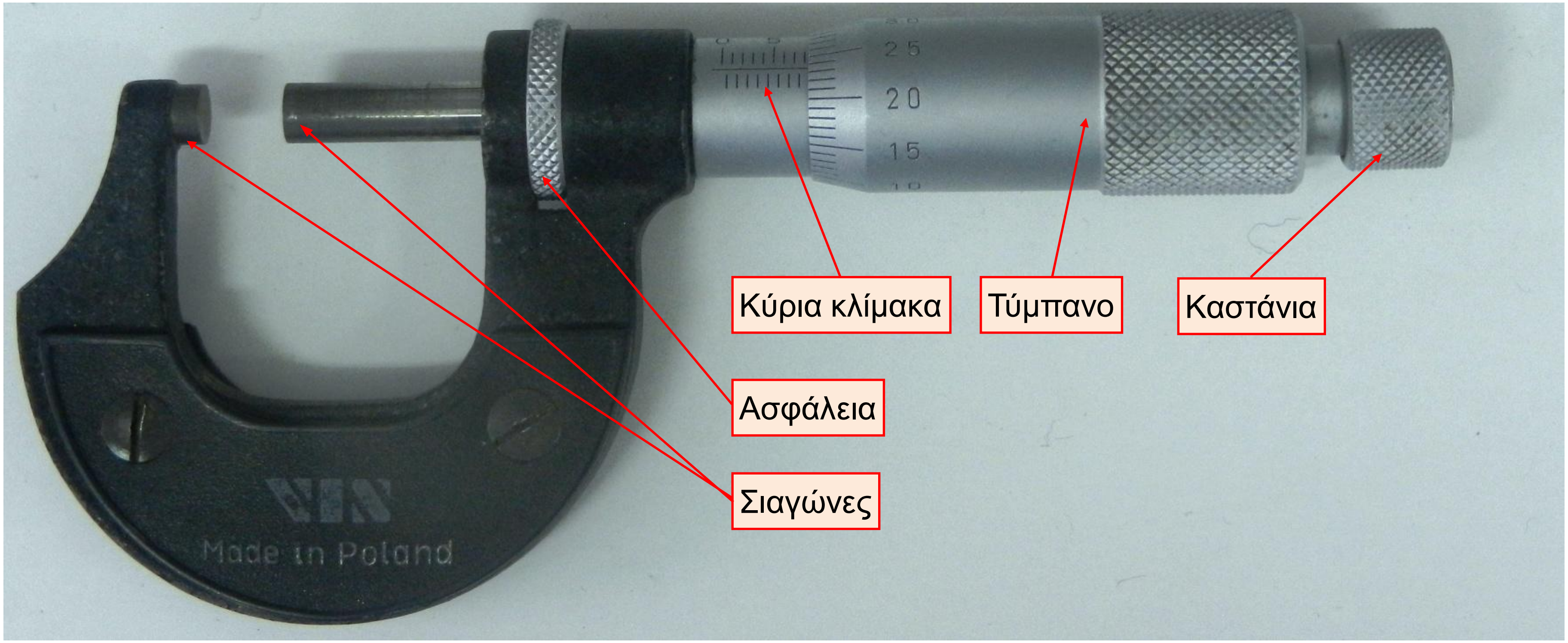
Όργανα που θα χρησιμοποιήσω

Θα χρησιμοποιήσω, για τη μέτρηση του ύψους, το παχύμετρο ή διαστημόμετρο. Τα βασικά του μέρη είναι:



Όργανα που θα χρησιμοποιήσω

Θα χρησιμοποιήσω, για τη μέτρηση της διαμέτρου, το μικρόμετρο. Τα βασικά του μέρη είναι:



Όργανα που θα χρησιμοποιήσω

Θα χρησιμοποιήσω, για τη μέτρηση της μάζας, την ζυγαριά. Τα βασικά της μέρη είναι:

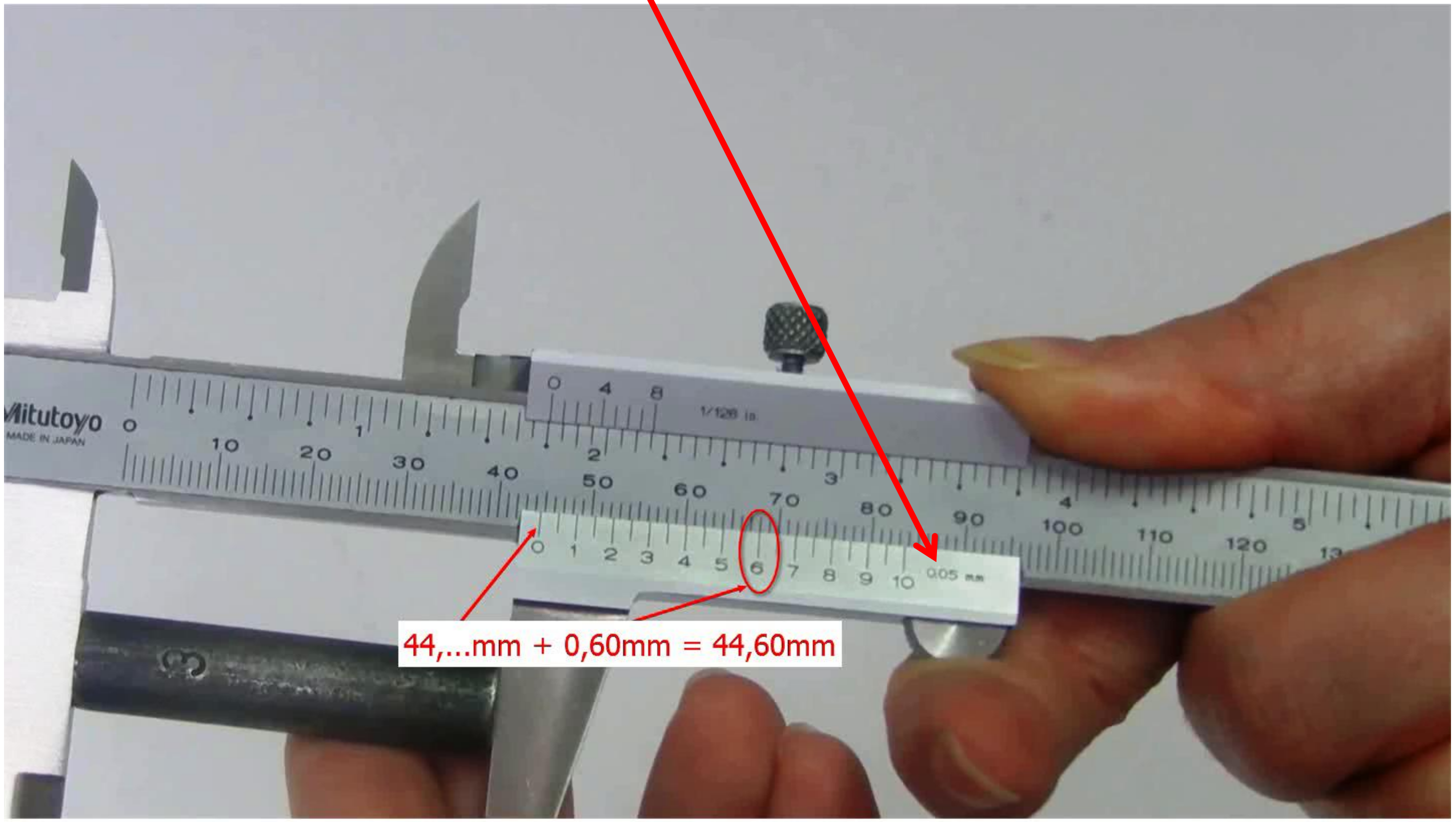
Μέτρηση του ύψους

Παρατηρώ το μέγιστο σφάλμα **δL** του διαστημόμετρου **0,05mm**

Μετρώ μια φορά το ύψος **L** του κυλίνδρου. Όπως φαίνεται στο διαστημόμετρο είναι **44,60 mm**

Γράφω το αποτέλεσμα με τη μορφή L ± δL

Το αποτέλεσμα λοιπόν είναι: (44,60 ± 0,05)mm και στο S.I. $\boxed{(44,60 \pm 0,05) \times 10^{-3}\ m}$



Μέτρηση του ύψους του κυλίνδρου

Μέτρηση της διαμέτρου

Μετρώ συνολικά 10 φορές με το μικρόμετρο τη διάμετρο του κυλίνδρου σε διάφορα σημεία .

Έχω λοιπόν τον πίνακα

d_1(mm)	d_2(mm)	d_3(mm)	d_4(mm)	d_5(mm)	d_6(mm)	d_7(mm)	d_8(mm)	d_9(mm)	d_{10}(mm)
10,42	10,13	10,37	9,96	10,18	9,75	9,75	10,05	9,65	9,81

Υπολογίζω τη μέση τιμή της διαμέτρου $\bar{d}$ και την τυπική απόκλιση σ_n με το κομπιουτεράκι . 

Με βάση τις παραπάνω τιμές έχω: $\bar{d} = \boxed{10{,}007\ \text{mm}}$ και σ_n = 0,24491 mm

Υπολογίζω το μέσο σφάλμα της μέσης τιμής **σ** από τη σχέση : $\sigma = \dfrac{\sigma_n}{\sqrt{n-1}}$ (**n** ο αριθμός των μετρήσεων)

Έχω λοιπόν: $\sigma = \dfrac{\sigma_n}{\sqrt{n-1}} = \dfrac{0{,}24491\text{mm}}{\sqrt{10-1}} = 0{,}08497\text{mm}$

Ένα μη μηδενικό ψηφίο

Το **σ** είναι το σφάλμα δd. Άρα δd= $\boxed{0{,}08497\ \text{mm}}$

Γράφω το αποτέλεσμα με τη μορφή $\bar{d} \pm \delta d$: $(10{,}01 \pm 0{,}08)\ \text{mm}$

Ίδια τάξη με το σφάλμα

Στο S.I. έχω $\boxed{(10{,}01 \pm 0{,}08) \times 10^{-3}\ \text{m}}$

Υπολογισμός του όγκου

$$V = \frac{\pi d^2}{4} * L$$

Μέτρησα το ύψος **L: 44,60 x 10^{-3} m**

Μέτρησα τη διάμετρο **d: 10,007 x 10^{-3} m**

Θα υπολογίσω τον όγκο **V** αντικαθιστώντας στη σχέση:

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{\pi d^2}}{\mathbf{4}}\mathbf{L} = \frac{3{,}14 \times \left(10{,}007 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}\right)^2}{4} \times 44{,}60 \times 10^{-3}\,\mathrm{m} = \boxed{3{,}506..\times 10^{-6}\ \mathrm{m}^3}$$

Μέτρηση της μάζας

Παρατηρώ το μέγιστο σφάλμα **δm** της ζυγαριάς **0,01 g**

Ζυγίζω τον κύλινδρο. Όπως φαίνεται στη ζυγαριά η μάζα του **m** είναι **27,44 g**

Γράφω το αποτέλεσμα με τη μορφή m ± δm και έχω: (27,44 ± 0,01)g

Στο S.I. είναι: **(27,44 ± 0,01)x10^{-3}kg**

Υπολογισμός της πυκνότητας

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Μέτρησα τη μάζα **m: 27,44 x 10^{-3} kg**

Υπολόγισα τον όγκο **V: 3,506 x 10^{-6} m^3**

Θα υπολογίσω τώρα την πυκνότητα **ρ** αντικαθιστώντας στη σχέση:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{27{,}44 \times 10^{-3}\,\text{kg}}{3{,}506 \times 10^{-6}\,\text{m}^3} = \boxed{7826{,}58\ldots\ \text{kg/m}^3}$$

Υπολογισμός της εκατοστιαίας διαφοράς

$$X = \frac{|\rho_\pi - \rho_{TB}|}{\rho_{TB}} \times 100$$

Γνωρίζω από πίνακες την τιμή βιβλιογραφίας $\boldsymbol{\rho_{TB}}$ της πυκνότητας : **7800 kg/m^3**

Υπολόγισα την πειραματική τιμή $\boldsymbol{\rho_\pi}$ της πυκνότητας : **7826,58 kg/m^3**

Θα υπολογίσω τώρα την εκατοστιαία διαφορά **X** αντικαθιστώντας στη σχέση:

$$\mathbf{X} = \frac{|\boldsymbol{\rho_\pi} - \boldsymbol{\rho_{TB}}|}{\boldsymbol{\rho_{TB}}} \times \mathbf{100} = \frac{|7826{,}58 - 7800|\,\mathrm{kg/m^3}}{7800\,\mathrm{kg/m^3}} \times 100 = \boxed{0{,}3\%}$$

Υπολογισμός των σφαλμάτων

- **Σφάλμα όγκου**

Έχω βρει: το μήκος **L= 44,60 mm**
το σφάλμα του μήκους **δL= 0,05 mm**
την διάμετρο **d = 10,007mm**
Το σφάλμα της διαμέτρου **δd= 0,08497 mm**
Τον όγκο **V= 3,506 x 10^{-6} m^{3}**

Μπορώ λοιπόν να βρω το σφάλμα του όγκου **δV**.
Σύμφωνα με τη θεωρία σφαλμάτων το «σχετικό ίσο με το άθροισμα των σχετικών».
Άρα το σφάλμα **δV** του όγκου είναι :

$$\delta \mathbf{V} = \left(\frac{2\delta \mathbf{d}}{\mathbf{d}} + \frac{\delta \mathbf{L}}{\mathbf{L}} \right) \times \mathbf{V} = \left(\frac{2 \times 0{,}08497\mathrm{mm}}{10{,}007\mathrm{mm}} + \frac{0{,}05\mathrm{mm}}{44{,}60\mathrm{mm}} \right) \times 3{,}506 \times 10^{-6}\mathrm{m}^3 = \boxed{0{,}06347 \times 10^{-6}\mathrm{m}^3}$$

Η μέτρηση λοιπόν του όγκου **V ± δV** είναι: $\boxed{(3{,}51 \pm 0{,}06) \times 10^{-6}\ \mathrm{m}^3}$

Ίδια τάξη με το σφάλμα

Ένα μη μηδενικό ψηφίο

Υπολογισμός των σφαλμάτων

- **Σφάλμα πυκνότητας**

Έχω βρει: τη μάζα **m= 27,44g**
το σφάλμα της μάζας **δm= 0,01g**
τον όγκο **V= 3,506..x10^{-6} m^{3}**
το σφάλμα του όγκου **δV= 0,06347** x**10^{-6}m^{3}**
Την πυκνότητα **ρ= 7826,58… kg/m^{3}**

Μπορώ λοιπόν να βρω το σφάλμα της πυκνότητας **δρ** αντικαθιστώντας στη σχέση:

$$\boldsymbol{\delta\rho} = \left(\frac{\boldsymbol{\delta m}}{\mathbf{m}} + \frac{\boldsymbol{\delta V}}{\mathbf{V}}\right) \times \boldsymbol{\rho} = \left(\frac{0{,}01\mathrm{g}}{27{,}44\,\mathrm{g}} + \frac{0{,}06347 \times 10^{-6}\,\mathrm{m}^3}{3{,}506 \times 10^{-6}\mathrm{m}^3}\right) \times 7826{,}58\mathrm{kg/\,m}^3 = \boxed{145\ \mathrm{kg/m^3}}$$

Τελική απάντηση

Έχω βρει: Την πυκνότητα **ρ= 7826,58… kg/m³**

το σφάλμα της πυκνότητας **δρ= 145 kg/m³**

Το αποτέλεσμα λοιπόν της πυκνότητας με τη μορφή **ρ ± δρ** στο S.I. Είναι:

$$\boxed{(7800 \pm 100)\,kg/m^3}$$

Ίδια τάξη με το σφάλμα

Ένα μη μηδενικό ψηφίο