Τι μάθαμε μέχρι τώρα:

Η μέτρηση μπορεί να είναι:

ΑΜΕΣΗ

ή ΕΜΜΕΣΗ

Κάθε μέτρηση έχει ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ.

Παρουσιάζοντας τη μέτρηση σύμφωνα με τη θεωρία σφαλμάτων γράφω δυο αριθμούς:

$x \pm \delta x$ ή $x \pm \Sigma_{\sigma\chi}$ ή $x \pm \%\Sigma_{\sigma\chi}$ όπου

x: Το αποτέλεσμα

δx: Το Απόλυτο σφάλμα.

$\Sigma_{\sigma\chi}$: Το σχετικό σφάλμα.

$\%\Sigma_{\sigma\chi}$: Το % σχετικό σφάλμα.

Το σχετικό σφάλμα είναι ίσο $\delta x / x$ δεν έχει μονάδες και εκφράζει την ακρίβεια της μέτρησης.

Ακόμα μάθαμε

Πως βρίσκω το x ± δx

Σε Άμεση μέτρηση (Όργανο)

Μετρώντας μία φορά το μέγεθος

Το x είναι το αποτέλεσμα της μίας μέτρησης.

Το δx είναι το μέγιστο σφάλμα του οργάνου.

- Στο αναλογικό όργανο το δx είναι η μικρότερη υποδιαίρεση του οργάνου.
- Στο ψηφιακό το δx είναι το βήμα αλλαγής του τελευταίου ψηφίου του αποτελέσματος.

Μετρώντας πολλές φορές το μέγεθος

Το x είναι η μέση τιμή ($\bar{x}$).

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_N}{N}$$

Το δx είναι το μέσο σφάλμα της μέσης τιμής (σ).

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \ldots (x_N - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$$

- Το $\bar{x}$ και το σ μπορούμε να τα βρούμε και με τον Η/Υ ή το υπολογιστικό μηχανάκι.

Θα μάθουμε τώρα:

(Α) Πως βρίσκω το x και δx σε Έμμεση μέτρηση όταν ο τύπος περιέχει γινόμενο, πηλίκο ή δύναμη,

Το x είναι το αποτέλεσμα που προκύπτει αν στον τύπο αντικαταστήσω τα μεγέθη με τα αποτελέσματα των μετρήσεων (χωρίς τα σφάλματα.)

Για να βρω το δx εφαρμόζω την πρόταση:
Το σχετικό σφάλμα Σσχ του μεγέθους της έμμεσης μέτρησης είναι ίσο με το άθροισμα των σχετικών σφαλμάτων των μεγεθών που υπάρχουν στον τύπο.

Παράδειγμα: *Θέλω να βρω το V και το δV από τον τύπο* $V=\pi \bullet d^2 \bullet L$.

Γνωρίζω τη μέτρηση του d: (10 ±1)cm και του L: (100 ±10)cm

Άρα $V=\pi \bullet d^2 \bullet L = 3{,}14 \bullet (10cm)^2 \bullet 100cm = 31400cm^3$

$\Sigma_{\sigma\chi V} = 2\Sigma_{\sigma\chi d} + \Sigma_{\sigma\chi L}$

Οι σταθεροί όροι δεν έχουν σφάλμα

Ο εκθέτης γίνεται πολλαπλασιαστικός παράγοντας στο σχετικό σφάλμα

Έχω λοιπόν

$$\frac{\delta V}{V} = 2*\frac{\delta d}{d} + \frac{\delta L}{L} \quad \text{Άρα } \delta V = V\left(2*\frac{\delta d}{d} + \frac{\delta L}{L}\right) = 31400cm^3*\left(2*\frac{1cm}{10cm} + \frac{10cm}{100cm}\right) = 9420cm^3$$

(Β) Πως βρίσκω το x και δx σε Έμμεση μέτρηση όταν ο τύπος περιέχει άθροισμα ή διαφορά.

Το x πάλι είναι το αποτέλεσμα που προκύπτει αν στον τύπο αντικαταστήσω τα μεγέθη με τα αποτελέσματα των μετρήσεων (χωρίς τα σφάλματα.)

Το δx το βρίσκω εφαρμόζοντας την πρόταση:
Το απόλυτο σφάλμα δx του μεγέθους της έμμεσης μέτρησης είναι ίσο με το άθροισμα των απόλυτων σφαλμάτων των μεγεθών που υπάρχουν στον τύπο.

Παράδειγμα: Θέλω να βρω το Δθ και το δΔθ από τον τύπο: $\Delta\theta = \theta_\tau - \theta_\alpha$

Γνωρίζω τη μέτρηση του θ_τ: $(100 \pm 2)\ ^0C$ και του θ_α: $(20 \pm 1)\ ^0C$

Άρα $\Delta\theta=\theta_\tau-\theta_\alpha=100\ ^0C - 20\ ^0C = 80\ ^0C$

$\delta\Delta\theta= \delta\theta_\tau + \delta\theta_\alpha = 2\ ^0C + 1\ ^0C = 3\ ^0C$

Συνοπτικά

$x \pm \delta x$

$\Sigma \sigma \chi = \delta x / x$

Έμμεση μέτρηση (Τύπος)

Γινόμενο, πηλίκο ή δύναμη

Άθροισμα ή διαφορά.

Το x είναι το αποτέλεσμα που προκύπτει αν στον τύπο αντικαταστήσω τα μεγέθη με τα αποτελέσματα των μετρήσεων (χωρίς τα σφάλματα.)

Το σχετικό σφάλμα της έμμεσης ίσο με το άθροισμα των σχετικών σφαλμάτων των μεγεθών που υπάρχουν στον τύπο.

Το απόλυτο σφάλμα της έμμεσης ίσο με το άθροισμα των απόλυτων σφαλμάτων των μεγεθών που υπάρχουν στον τύπο.

Να θυμάστε:

Οι σταθεροί όροι δεν έχουν σφάλμα

Ο εκθέτης γίνεται πολλαπλασιαστικός παράγοντας στο σχετικό σφάλμα

Πάντα έχω άθροισμα στα σφάλματα

(Γ) Με πόσα ψηφία γράφω το x και δx:

Ξεκινώ από το δx και εφαρμόζω τον κανόνα:

Γράφω το δx με ένα μη μηδενικό ψηφίο.

Τι σημαίνει αυτό: Μηδενίζω όλα τα ψηφία εκτός από ένα το «πιο δυνατό» Κρατώ όπως λέμε τη μεγαλύτερη τάξη μεγέθους. (Στους αριθμούς οι τάξεις είναι: Τα δέκατα, τα εκατοστά, τα χιλιοστά κ.οκ. Οι μονάδες, οι δεκάδες, οι εκατοντάδες, οι χιλιάδες κ.ο.κ.)

Παράδειγμα: δx = 0,321 γράφω 0,300 = 0,3

δx =12,321 γράφω 10,000 = 10

δx = 38,321 γράφω 40,000 = 40

(Το 3 έγινε 4 λόγω στρογγυλοποίησης.)

Για το x τώρα εφαρμόζω τον κανόνα:

Γράφω το x έτσι ώστε να έχει την ίδια τάξη μεγέθους με το δx

Τι σημαίνει αυτό: Εάν το δx έχει π.χ. δέκατα θα κρατήσω στο x μέχρι τα δέκατα και θα μηδενίσω από κει και κάτω.

αν το δx έχει μονάδες θα κρατήσω στο x μέχρι μονάδες κ.ο.κ

Π.χ. Αν δx=0,3 και x=53,2457 γράφω x= 53,2 (μέχρι δέκατα) άρα: (53,2 ± 0,3)...

Αν δx=10 και x=153,2457 γράφω x= 150 (μέχρι δεκάδες) άρα: (150 ± 10)...

Αν δx=10 και x=156,2457 γράφω x= 160 (μέχρι δεκάδες) άρα: (160 ± 10)...

(Το 5 έγινε 6 λόγω στρογγυλοποίησης.)

(Δ) Εκατοστιαία διαφορά X

Αν ξέρω την αληθινή τιμή X_A του μεγέθους που μετρώ, τότε μπορώ να βρω την εκατοστιαία διαφορά της πειραματικής τιμής X_Π, που εγώ μέτρησα, **ως προς** την αληθινή τιμή X_A, σύμφωνα με τη σχέση:

$$X = \frac{|X_\pi - X_A|}{X_A} * 100 = \ldots\ldots\ldots\ \%$$

Με την εκατοστιαία διαφορά μπορώ να δω πόσο κοντά είμαι στην αληθινή τιμή.

Την εκατοστιαία διαφορά τη γράφω με ένα ή το πολύ δύο μη μηδενικά ψηφία.

Παράδειγμα: Αν μέτρησα την πυκνότητα ενός υλικού $\rho_\Pi = 2{,}8\ g/cm^3$ και η αληθινή τιμή είναι $\rho_A = 2{,}7\ g/cm^3$ τότε η εκατοστιαία διαφορά X είναι:

$$X = \frac{|X_\pi - X_A|}{X_A} * 100 = \frac{|2{,}8 g/cm^3 - 2{,}7 g/cm^3|}{2{,}7 g/cm^3} * 100 = 3{,}703\ldots = 4\%$$