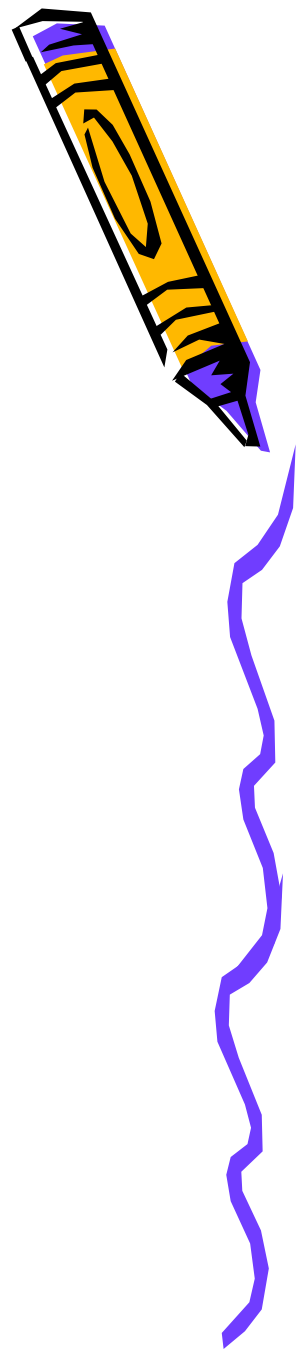


Μετρήσεις-Αβεβαιότητα-Σφάλματα.



Η μέτρηση ενός μεγέθους στο εργαστήριο μπορεί να είναι:

ΑΜΕΣΗ

ή

ΕΜΜΕΣΗ

Στην άμεση μέτρηση το μέγεθος μετράται με κάποιο **όργανο**.

Στην έμμεση μέτρηση το μέγεθος υπολογίζεται από κάποιο **τύπο**.

Κάθε μέτρηση έχει **ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ**.

Αυτή την αβεβαιότητα την δείχνω γράφοντας τη μέτρηση ...

είτε σύμφωνα με **τη θεωρία σφαλμάτων**,

είτε με **σημαντικά ψηφία**.



Γραφή μετρήσεων σύμφωνα με τη Θεωρία σφαλμάτων



Γράφω τη μέτρηση με δυο αριθμούς $X \pm \delta X$ όπου:

X είναι το **αποτέλεσμα** για το μέγεθος που μετρώ. Πως το βρίσκω θα το δούμε παρακάτω. Δείχνει την τιμή του μεγέθους.

δx είναι το **απόλυτο σφάλμα**. Πως το βρίσκω θα το δούμε παρακάτω. Δείχνει την αβεβαιότητα της μέτρησης.

Το δx είναι θετικός αριθμός και έχει μονάδες ίδιες με το αποτέλεσμα.

Ισοδύναμα μπορώ να γράψω: $X \pm \Sigma \sigma x$ όπου

x : Το **αποτέλεσμα**

$\Sigma \sigma x$: Το **σχετικό σφάλμα**, το οποίο είναι ίσο με $\delta x / x$.

Εάν πολλαπλασιάσω το $\Sigma \sigma x$ με 100 έχω το επί τοις ($\% \Sigma \sigma x$).

Το σχετικό σφάλμα δεν έχει μονάδες και εκφράζει την ακρίβεια της μέτρησης.

Μικρό $\Sigma \sigma x$ σημαίνει μεγάλη ακρίβεια.

Παράδειγμα : Έχω τη μέτρηση $(150 \pm 3)m$.

Το 150m είναι το αποτέλεσμα του μεγέθους και το 3m είναι το απόλυτο σφάλμα.

Το σχετικό σφάλμα τότε είναι: $\Sigma \sigma x = \delta x / x = 3m / 150m = 0,02$

και το $\%$ σχετικό σφάλμα $\% \Sigma \sigma x = 3m * 100 / 150m = 2\%$.

Άρα η μέτρηση μπορεί να γραφεί:

$(150 \pm 3)m$. ή $150m \pm 0,02$ ή $150m \pm 2\%$



ΣΥΝΟΠΤΙΚΑ

Η μέτρηση μπορεί να είναι:

ΑΜΕΣΗ

ή ΕΜΜΕΣΗ

Κάθε μέτρηση έχει ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ.

Παρουσιάζοντας τη μέτρηση σύμφωνα με τη θεωρία σφαλμάτων γράφω δυο αριθμούς:

$$x \pm \delta x \quad \text{ή} \quad x \pm \Sigma_{\text{σχ}} \quad \text{ή} \quad x \pm \% \Sigma_{\text{σχ}} \quad \text{όπου}$$

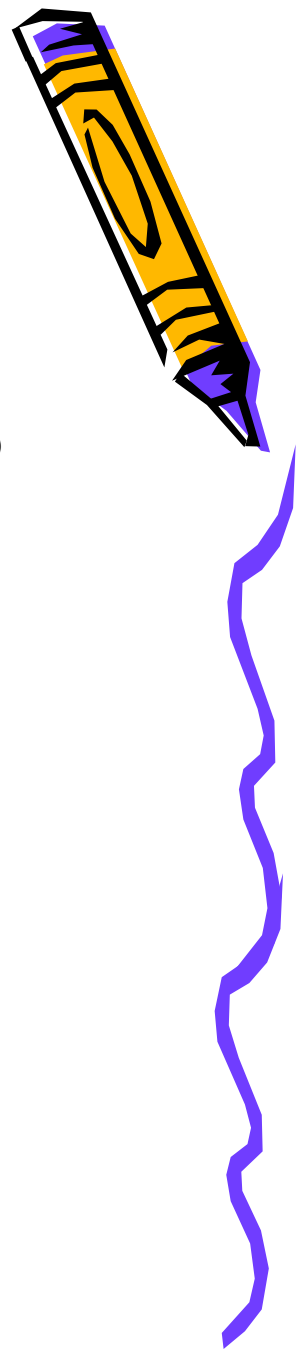
x : Το αποτέλεσμα

δx : Το Απόλυτο σφάλμα.

$\Sigma_{\text{σχ}}$: Το σχετικό σφάλμα.

$\% \Sigma_{\text{σχ}}$: Το % σχετικό σφάλμα.

Το σχετικό σφάλμα είναι ίσο $\delta x / x$ δεν έχει μονάδες και εκφράζει την ακρίβεια της μέτρησης.



Πως βρίσκω το x και δx σε **άμεση** μέτρηση μετρώντας το μέγεθος **μία** φορά.



Το x είναι το **αποτέλεσμα** της μίας μέτρησης.

Το δx είναι **Το μέγιστο σφάλμα του οργάνου**.

Τι είναι όμως το μέγιστο σφάλμα του οργάνου;

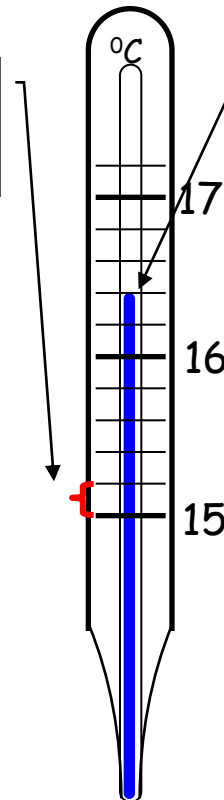
Στο **αναλογικό όργανο** είναι η μικρότερη υποδιαίρεση της κλίμακας του οργάνου.

Στο **ψηφιακό** είναι το βήμα αλλαγής του τελευταίου ψηφίου του αποτελέσματος.

Παράδειγμα για αναλογικό όργανο.

Πρώτα βρίσκω την μικρότερη υποδιαίρεση του οργάνου.

Η μικρότερη υποδιαίρεση είναι $0,2^{\circ}\text{C}$ γιατί μεταξύ 15 και 16 υπάρχουν 5 κομμάτια άρα το κάθε κομμάτι είναι $1/5$ ή $2/10$ ή $0,2$.



Άρα το αποτέλεσμα x της μέτρησης είναι $16,4^{\circ}\text{C}$.

Το απόλυτο σφάλμα δx είναι το μέγιστο σφάλμα του οργάνου δηλαδή η μικρότερη υποδιαίρεση του.

Άρα το $0,2^{\circ}\text{C}$.

Η μέτρηση μου λοιπόν γράφεται $(16,4 \pm 0,2)^{\circ}\text{C}$.



Παράδειγμα για ψηφιακό όργανο.



Το αποτέλεσμα \times της μέτρησης είναι αυτό που μου δείχνει το όργανο δηλαδή 15,12 g.

Είπαμε ότι το μέγιστο σφάλμα δx σε ψηφιακό όργανο είναι το βήμα αλλαγής του τελευταίου ψηφίου του αποτελέσματος. Αυτό συνήθως γράφεται πάνω στο όργανο. Διαφορετικά πρέπει εγώ να το βρω. Στις περισσότερες φορές το βήμα είναι «1»

Στο παράδειγμα μας γράφεται πάνω $d=0,01g$

Άρα το μέγιστο σφάλμα του οργάνου δx είναι το 0,01g.

Η μέτρηση μου λοιπόν γράφεται:

$$(15,12 \pm 0,01) g$$

Αν δεν γραφόταν θα έπρεπε να βρω ποια θα μπορούσε να είναι η αμέσως επόμενη μέτρηση για να βρω έτσι το βήμα και συνεπώς το δx . Αν για παράδειγμα η αμέσως επόμενη μέτρηση ήταν 15.13 το βήμα θα ήταν 0,01 αν ήταν 15.14 θα ήταν 0,02 κ.ο.κ.



Πως βρίσκω το x και δx σε Άμεση μέτρηση μετρώντας το μέγεθος πολλές φορές.

Το x είναι η μέση τιμή (\bar{x}).

Το δx είναι το μέσο σφάλμα της μέσης τιμής (σ).

Πως βρίσκω τη μέση τιμή \bar{X} όταν κάνω N μετρήσεις.

$$\text{είτε από τη σχέση } \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N}$$

είτε με τον Η/Υ ή το υπολογιστικό μηχανάκι.

Πως βρίσκω το μέσο σφάλμα της μέσης τιμής (σ) όταν κάνω N μετρήσεις.

$$\text{είτε από τη σχέση } \sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$$

είτε με τον Η/Υ ή το υπολογιστικό μηχανάκι.



Συνοπτικά

$$x \pm \delta x$$

Άμεση μέτρηση (Όργανο)

Μία φορά

Πολλές φορές

Το x είναι το αποτέλεσμα της μίας μέτρησης.

Το x είναι η μέση τιμή (\bar{x}).

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_N}{N}$$

Το δx είναι το μέγιστο σφάλμα του οργάνου.

Το δx είναι το μέσο σφάλμα της μέσης τιμής (σ).

Στο αναλογικό όργανο το δx είναι η μικρότερη υποδιαίρεση του οργάνου.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$$

Στο ψηφιακό το δx είναι το βήμα αλλαγής του τελευταίου ψηφίου του αποτελέσματος.

Το \bar{x} και το σ μπορούμε να τα βρούμε και με τον Η/Υ ή το υπολογιστικό μηχανάκι.

